

EXAMEN DE FIN DU SECOND SEMESTRE
EPREUVE D'ANALYSE MATHÉMATIQUE

Niveau : L2S3

Durée : 02 heures

Exercice 1 : (3pts) Vrai ou faux (Vous justifierez votre réponse dans chaque cas):

- 1- Si une fonction f est strictement croissante et positive sur $[0, +\infty[$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
- 2- Si une fonction a pour limite 0 en $+\infty$, alors, à condition de prendre x suffisamment grand, tous les nombres réels $f(x)$ sont de même signe.
- 3- Si une fonction f a pour limite -1 en $+\infty$, alors, à condition de prendre x suffisamment grand, tous les nombres réels $f(x)$ sont de même signe.

Exercice 2 : (10pts) Soit f la fonction de variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x + 1}$$

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1- Trouver le domaine de définition de f .
- 2- Quel est l'ensemble de dérivabilité de f ?
- 3- Calculer la dérivée f' de f . Déterminer son signe, puis en déduire le sens des variations de f .
- 4- Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 5- Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives par rapport à (C) .
- 6- Déterminer une équation de la tangente T à (C) en son point d'abscisse 2.
- 7- Étudier la position de (C) relativement à T .
- 8- Construire, sur le même dessin, la courbe (C) , la tangente T et les asymptotes éventuelles.
- 9- Pourrait-il y avoir un axe de symétrie ? Lequel ? Qu'en est-il vraiment ?

Exercice 3 : (2pts) Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{2}}$$

La fonction f est-elle

- a) Paire ? (justifier)
- b) Impaire ? (justifier)
- c) Ni paire ni impaire ? (justifier)

Exercice 4 : (5pts) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par :

$$f(x) = |x - 3| - \frac{2}{x - 1}$$

- 1- Étudier la continuité de f au point d'abscisse $x_0 = 3$ puis sur $\mathbb{R} - \{1\}$.
- 2- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $[3, +\infty[$.
- 3- Soit g la restriction de f à l'intervalle $[3, +\infty[$. Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} . Calculer $g^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$.