

**EXAMEN DE FIN DU SECOND SEMESTRE**  
**EPREUVE D'ANALYSE MATHÉMATIQUE**

Niveau : L2S3

Durée : 02 heures

**Exercice 1 :** (3pts) Vrai ou faux (Vous justifierez votre réponse dans chaque cas):

- 1- Si une fonction  $f$  est strictement croissante et positive sur  $[0, +\infty[$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
- 2- Si une fonction a pour limite 0 en  $+\infty$ , alors, à condition de prendre  $x$  suffisamment grand, tous les nombres réels  $f(x)$  sont de même signe.
- 3- Si une fonction  $f$  a pour limite  $-1$  en  $+\infty$ , alors, à condition de prendre  $x$  suffisamment grand, tous les nombres réels  $f(x)$  sont de même signe.

**Exercice 2 :** (10pts) Soit  $f$  la fonction de variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - x + 1}$$

Soit  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1- Trouver le domaine de définition de  $f$ .
- 2- Quel est l'ensemble de dérivabilité de  $f$  ?
- 3- Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$ . Déterminer son signe, puis en déduire le sens des variations de  $f$ .
- 4- Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition.
- 5- Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives par rapport à  $(C)$ .
- 6- Déterminer une équation de la tangente  $T$  à  $(C)$  en son point d'abscisse 2.
- 7- Étudier la position de  $(C)$  relativement à  $T$ .
- 8- Construire, sur le même dessin, la courbe  $(C)$ , la tangente  $T$  et les asymptotes éventuelles.
- 9- Pourrait-il y avoir un axe de symétrie ? Lequel ? Qu'en est-il vraiment ?

**Exercice 3 :** (2pts) Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{2}}$$

La fonction  $f$  est-elle

- a) Paire ? (justifier)
- b) Impaire ? (justifier)
- c) Ni paire ni impaire ? (justifier)

**Exercice 4 :** (5pts) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} - \{1\}$  par :

$$f(x) = |x - 3| - \frac{2}{x - 1}$$

- 1- Étudier la continuité de  $f$  au point d'abscisse  $x_0 = 3$  puis sur  $\mathbb{R} - \{1\}$ .
- 2- Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution dans l'intervalle  $[3, +\infty[$ .
- 3- Soit  $g$  la restriction de  $f$  à l'intervalle  $[3, +\infty[$ . Montrer que  $g$  admet une fonction réciproque  $g^{-1}$ . Calculer  $g^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ .